

Klasa 3 TIA

17.03. 2020

Temat: Ciągi – rozwiązywanie zadań. (2 godz.)

Na grupę Matematyka zostały przesłane zestawy 7647 oraz 5070 (linki na dole opracowania).

W celu nabycia umiejętności rozwiązywania zadań dotyczących ciągu arytmetycznego i geometrycznego w oparciu o własności ciągów należy rozwiązać następujące zadania:

I. zadania z zestawu 5070 (z poziomu podstawowego)

Zadania zamknięte 1-6 oraz 26-30

1. Ciągiem geometrycznym jest ciąg określony wzorem

A) $a_n = \frac{1}{n}$ B) $a_n = -3^n$ C) $a_n = 3 + 5n$ D) $a_n = (n + 2)^2$

2. Trzeci wyraz ciągu geometrycznego jest równy 4, a czwarty wyraz tego ciągu jest równy -

2. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy

A) -16 B) -8 C) 8 D) 16

3. W ciągu geometrycznym pierwszy wyraz $a_1 = 512$, a iloraz $q = -\frac{1}{2}$. Ósmy wyraz tego ciągu jest równy

A) 4 B) 2 C) -2 D) -4

4. Dany jest ciąg arytmetyczny, w którym $a_1 = 4, r = -\frac{1}{2}$. Wtedy

A) $a_{11} = 9$ B) $a_{11} = -1$ C) $a_{11} = 39\frac{1}{2}$ D) $a_{11} = -1\frac{1}{2}$

5. Dany jest ciąg o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{2n-3}{n+2}$. Wynika stąd, że

A) $a_{n+1} = \frac{2n-1}{n+3}$ B) $a_{n+1} = \frac{2n-2}{n+3}$ C) $a_{n+1} = \frac{2n-1}{n+2}$ D) $a_{n+1} = \frac{2n-2}{n+2}$

6. Iloczyn pierwszych 5 wyrazów ciągu geometrycznego danego wzorem $a_n = \frac{8}{2^n}$, gdzie $n \geq 1$ jest równy

A) $1 \cdot \frac{1-\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}$ B) $4 \cdot \frac{1-\frac{1}{2^5}}{1-\frac{1}{2}}$ C) $8 \cdot \frac{1-\frac{1}{2^5}}{1-\frac{1}{2}}$ D) $4 \cdot \frac{1-\frac{1}{2^6}}{1-\frac{1}{2}}$

26. W ciągu geometrycznym (a_n) dane są: $a_1 = 32$ i $a_4 = -4$. Iloraz tego ciągu jest równy

A) $-\frac{1}{2}$ B) -12 C) 12 D) $\frac{1}{2}$

27. W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są: $a_3 = 13$ i $a_5 = 39$. Wtedy wyraz a_1 jest równy

A) -26 B) 13 C) -13 D) 0

28. W ciągu arytmetycznym o różnicy 4 siódmy wyraz wynosi 33. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy

A) 9 B) 132 C) 5 D) 29

29. Który z podanych ciągów jest ciągiem geometrycznym?

A) $(-4, -3, -2)$ B) $(2, 6, 18)$ C) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6})$ D) $(1, 3, -9)$

30. Ciąg (a_n) o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{1}{n}$ jest ciągiem
 A) geometrycznym B) malejącym C) arytmetycznym D) rosnącym

Zadania otwarte

34. nieskończony ciąg liczbowy (a_n) dla $n \geq 1$ jest określony wzorem

$$a_n = \begin{cases} \frac{n+1}{2} & \text{gdy } n \text{ jest nieparzyste,} \\ 0 & \text{gdy } n \text{ jest parzyste.} \end{cases}$$

- a. Uzupełnij tabelkę:

| | | | | | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|-----|------|------|------|------|
| n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 |
| a_n | 1 | 0 | | | | ... | | | | |

- b. Oblicz $(a_{2005})^{a_{2006}} \cdot (a_{2006})^{a_{2007}} \cdot (a_{2007})^{a_{2008}}$.
 c. Oblicz sumę 2008 początkowych wyrazów ciągu (a_n) .

39. Czwarty wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 6. Oblicz sumę siedmiu początkowych wyrazów tego ciągu.

W celu nabycia umiejętności rozwiązywania zadań dotyczących ciągu arytmetycznego i geometrycznego w oparciu o własności ciągów oraz łączenia umiejętności dotyczące rozwiązywania zadań z innych działów należy rozwiązać następujące zadania:

II. Zadania z zestawu 7647 (z poziomu rozszerzonego)

Zadanie 1

Długości boków trójkąta tworzą trzy kolejne wyrazy ciągu arytmetycznego o różnicy 1. Oblicz długości boków tego trójkąta, jeśli jego pole wynosi $0,75\sqrt{15}$.

Odpowiedź: $b=3$

Wskazówka: Przypomnij sobie wzór Herona na pole trójkąta.

Zadanie 2

Pierwszy, trzeci i jedenasty wyraz ciągu arytmetycznego o różnicy $r \neq 0$ są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego o ilorazie q . Dla jakich

wartości parametru m funkcja $f(x) = x^2 + mx + q$ osiąga minimum większe od -196?

Odpowiedź: $m \in (-20\sqrt{2}; 20\sqrt{2})$

Zadanie 4

Liczba przekątnych wielokąta wypukłego, w którym jest n boków i $n \geq 3$ wyraża się wzorem $P_n = \frac{n(n-3)}{2}$.

- Oblicz liczbę przekątnych w dwudziestokącie wypukłym.
- Oblicz, ile boków ma wielokąt wypukły, w którym liczba przekątnych jest pięć razy większa od liczby boków.
- Sprawdź, czy jest prawdziwe następujące stwierdzenie: Każdy wielokąt wypukły o parzystej liczbie boków ma parzystą liczbę przekątnych. Odpowiedź uzasadnij.
- Uzasadnij, że jeżeli liczba boków wielokąta wypukłego jest nieparzysta, to liczba jego przekątnych jest wielokrotnością liczby jego boków.

Odpowiedź: a) 170; b) 13 c, d) -uzasadnienia

Zadanie 9

Wyznacz pierwsze trzy wyrazy ciągu geometrycznego wiedząc, że są one dodatnie, ich suma jest równa 21 oraz suma ich odwrotności jest równa $\frac{7}{12}$.

Odpowiedź: (3, 6, 12) lub (12, 6, 3)

Zadanie 32

Trzy początkowe wyrazy malejącego ciągu arytmetycznego są pierwiastkami wielomianu $W(x) = x^3 - 3\sqrt{2}x^2 + 5x - \sqrt{2}$, a jednym z nich jest $\sqrt{2}$.

- Znajdź pierwszy wyraz tego ciągu.
- Oblicz sumę $a_{50} + a_{51} + a_{52} + \dots + a_{100}$.

Odpowiedź: a) $a_1 = \sqrt{2} + 1$ b) $51(\sqrt{2} - 73)$

Omówienie zadań odbędzie się w ramach konsultacji online w piątek 20 marca o godz. 10 na facebooku – grupa Matematyka.

Wykorzystano:

https://pdf.zadania.info/7647_6278A.pdf?fbclid=IwAR3nZVBPBtpxcIaFpqVCTx3Lec1DoTajonsZsvaoGAAn3GmLRo_WLIsb8TQ

https://zadania.info/5070_6619?fbclid=IwAR3MJrBqELNMx8yyFOpVNTf_Z8pVIEN7cQL2kdetQ7HU9VikHO3Vh468dOc